



## ÖZET

### EBOB ve EKOK

#### Asal Çarpanlara Ayırma

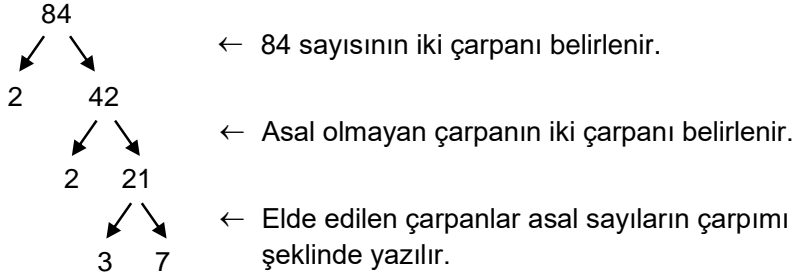
1'den büyük ve asal olmayan bütün sayıları, asal sayıların çarpımı şeklinde ifade edebiliriz.

Bu asal sayılar, sayının **asal çarpanlarıdır**.

1'den büyük ve asal olmayan doğal sayılar iki şekilde asal çarpanlarına ayrılabilir.

#### Çarpan Ağacı Kullanarak Asal Çarpanlara Ayırma

84 sayısını, çarpan ağacı yöntemiyle asal çarpanlarına ayıralım. Bunun için, en küçük asal sayıdan başlayarak bu asal sayının 84'ün bir katı olup olmadığını kontrol edelim.



Buna göre  $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$ 'dir.

#### Asal Çarpanlar Algoritması Kullanarak Asal Çarpanlara Ayırma

84 sayısını, bölme yöntemi kullanarak asal çarpanlarına ayıralım.

Sayının bölünebildiği en küçük asal sayıdan başlayarak tüm asal bölenlerini belirleyelim:

Sayı	Asal bölen
84	2 ( $84 \div 2 = 42$ )
42	2 ( $42 \div 2 = 21$ )
21	3 ( $21 \div 3 = 7$ ) → 21, 2'ye tam bölünmediği için, 2'den büyük bir sonraki asal sayıya, yani 3'e bölünüp bölünmediğini kontrol edelim.
7	7 ( $7 \div 7 = 1$ ) → Benzer şekilde 7, 3'e tam bölünmediği için, 3'ten büyük bir sonraki asal sayıya, yani 5'e bölünüp bölünmediğini kontrol edelim. 7, 5'e tam bölünmediği için, 5'ten büyük bir sonraki asal sayıya, yani 7'ye bölünüp bölünmediğini kontrol edelim ve bu işlemleri 1 elde edene kadar sürdürüelim.
1	

Buna göre  $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$ 'dir.



## ÖZET

### EBOB

**En büyük ortak bölen**, iki doğal sayının ortak bölenlerinin en büyüğüdür.

A, B doğal sayılarının EBOB'u, **EBOB(A, B)** ya da **(A, B)<sub>EBOB</sub>** şeklinde gösterilir.

İki sayının EBOB'unu belirlemek için;

- Sayılar asal çarpanlarına ayrılır.
- Asal çarpanlardan ortak olanların, üssü küçük olanlarının çarpımı bulunur. Üssü en küçük olanları almamız, aslında ortak olanları almamız anlamına gelir. Bu çarpanların çarpımı da her iki sayıyı bölen en büyük sayıyı verir.

24 ve 30'un EBOB'unu bulalım:

$$24 = 2^3 \cdot 3$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

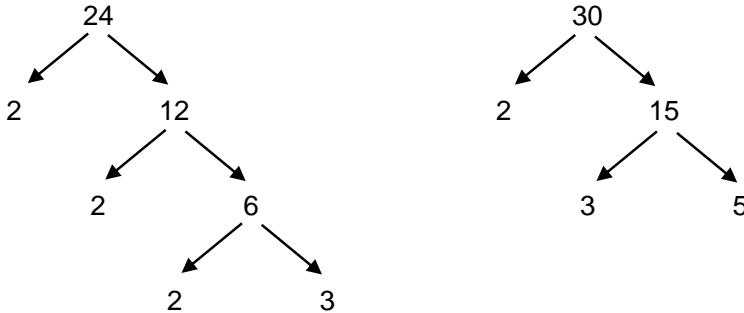
olduğundan,  $EBOB(24, 30) = 2 \cdot 3 = 6$ 'dır.

EBOB'u bulmak için sayıları asal çarpanlarına ayırırken aşağıdaki iki yöntemden birini kullanabiliriz:

- Çarpan ağacı
- Asal çarpanlar algoritması

### Çarpan Ağacı Kullanarak EBOB Bulma

Çarpan ağacı kullanarak sayıların EBOB'u bulunabilir. Sayıların asal çarpanlarına ulaştıktan sonra, asal çarpanlardan ortak olanların üssü küçük olanlarının çarpımı bulunur.



$$24 = 2^3 \cdot 3$$

$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$  olduğundan,  $EBOB(24, 30) = 2 \cdot 3 = 6$ 'dır.



## ÖZET

**Asal Çarpanlar Algoritmasını Kullanarak EBOB Bulma**

Sayıların EBOB'u, asal çarpanlar algoritması uygulanarak da bulunabilir. Diğerine göre daha kolay olan bu yöntem daha çok tercih edilir.

Asal çarpanlar algoritmasında, her iki sayıyı bölen sayıların çarpımı EBOB'u verir.

24	30	2	EBOB(24, 30) = 2 · 3 = 6
12	15	2	
6	15	2	
3	15	3	
1	5	5	
1			

**EKOK**

**En küçük ortak kat**, iki doğal sayının ortak katlarının en küçüğüdür.

A, B doğal sayılarının EKOK'u, **EKOK(A, B)** ya da **(A, B)<sub>EKOK</sub>** şeklinde gösterilir.

İki sayının EKOK'unu belirlemek için;

- Sayılar asal çarpanlarına ayrılır.
- Asal çarpanlardan ortak olanların en büyük üslü çarpanları ile ortak olmayan çarpanlar çarpılır.

En küçük ortak kata ulaşırken, elde edeceğimiz sayıda her iki sayının da çarpanları olmalıdır.

En büyük üslü sayıyı alarak diğer sayıdaki çarpanı da almış oluruz.

24 ve 30'un EKOK'unu bulalım:

$$24 = 2^3 \cdot 3$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \text{ olduğundan, } EKOK(24, 30) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120 \text{ dir.}$$

EKOK'u bulmak için sayıları asal çarpanlarına ayırırken aşağıdaki iki yöntemden birini kullanabiliriz:

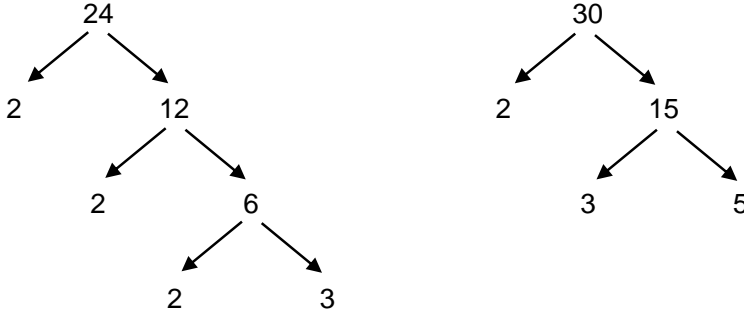
- Çarpan ağacı
- Asal çarpanlar algoritması



## ÖZET

### Çarpan Ağacı Kullanarak EKOK Bulma

Çarpan ağacı kullanarak sayıların EKOK'u bulunabilir. Sayıların asal çarpanlarına ulaştıktan sonra, asal çarpanlardan ortak olanların en büyük üslü çarpanları ile ortak olmayan çarpanlar çarpılır.



$$24 = 2^3 \cdot 3$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \text{ olduğundan, } \text{EKOK}(24, 30) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120 \text{ dir.}$$

### Asal Çarpanlar Algoritmasını Kullanarak EKOK Bulma

Sayıların EKOK'u, asal çarpanlar algoritması uygulanarak da bulunabilir.

Algoritmada, bölenlerin olduğu taraftaki tüm sayıların çarpımı EKOK'u verir.

24	30	2
12	15	2
6	15	2
3	15	3
1	5	5
	1	

$$\text{EKOK}(24, 30) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$$



#### UYARI

Birbirinin katı olan iki doğal sayının EBOB'u küçük olan sayıya, EKOK'u ise büyük olan sayıya eşittir.

#### Örnek:

4 ve 12'yi ele alalım.

$$8 = 2 \cdot 2$$

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$\text{EBOB}(4, 12) = 2 \cdot 2 = 4$$

$$\text{EKOK}(4, 12) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$



## ÖZET



## UYARI

$A$  ve  $B$  sayıları için,

$$A \cdot B = \text{EBOB}(A, B) \cdot \text{EKOK}(A, B) \text{ 'dir.}$$

Herhangi iki doğal sayıyı asal çarpanlarının çarpımı şeklinde yazalım.

Örneğin 12 ve 20 sayılarını ele alalım.

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$$

Çarpım şeklinde yazılan asal sayılardan ortak olanlar ile ortak olmayanların çarpımı EKOK'u verir.

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$$

$$\text{EKOK}(12, 20) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

Çarpanlar arasından EKOK için kullandıklarımızı çıkardığımızda, elimizde bu iki sayının ortak bölenleri (çarpanları) kalır. Bu ortak bölenlerin çarpımı da sayıların EBOB'unu verir.

$$\text{EBOB}(12, 20) = 2 \cdot 2$$

Gördüğümüz gibi, sayıların tüm bölenlerini çarparak ya da sayıların EBOB ve EKOK'larını çarparak aynı değerleri elde ederiz.

$$12 \cdot 20 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 = \text{EKOK}(12, 20) \cdot \text{EBOB}(12, 20) = 240$$

**Günlük Hayatta EBOB ve EKOK**

**EBOB**, büyük parçalardan küçük parçalar elde edilirken kullanılır.

Buna göre;

- şişede, çuvalda ya da benzeri kaplarda bulunan malzemeler daha küçük kaplara aktarılırken bunlardan kaç tane kullanılacağı,
- kumaş ve çubuk gibi malzemelerin eşit uzunlukta olacak şekilde kaç parçaya ayrılabilceği

EBOB kullanılarak bulunur.



## ÖZET

**EKOK**, küçük parçalar kullanılarak büyük parçalar elde edilirken kullanılır.

Buna göre;

- dikdörtgen şeklindeki fayanslar kullanarak oluşturulacak kare şeklinde bir alanın kenar uzunlukları,
- fıstık, kalem, şeker ve boncuk gibi nesnelere sayılırken artan ya da sınıfta öğrenciler sıralara oturtulurken ayakta kalacak olan toplam öğrenci sayısı

EKOK kullanılarak bulunur.

**Aralarında Asal Sayılar**

1'den başka ortak bölenleri olmayan sayılara **aralarında asal sayılar** denir.

**Örnek:**

25'in bölenleri: 1, 5, 25

18'in bölenleri: 1, 2, 3, 6, 9, 18

25 ve 18 sayılarının 1'den başka ortak böleni olmadığı için, bu iki sayı aralarında asaldır.

**UYARI**

1'den başka ortak böleni olmadığı için, aralarında asal olan sayıların EBOB'u 1'e, EKOK'u da bu sayıların çarpımına eşittir.