

SAYI ÖRÜNTÜLERİ**Fibonacci Sayı Dizisi**

13. yüzyılda yaşamış İtalyan Matematikçi Leonardo Fibonacci,

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ... şeklinde giden bir sayı dizisi bulmuştur. Bu sayı dizisine Fibonacci sayı dizisi denir. Bu sayı dizisinde her sayı kendisinden önce gelen iki sayının toplamıdır.

ÖRNEK

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, ...

Yukarıda Fibonacci sayı dizisinin ilk 14 adımı verilmiştir. Buna göre 15. ve 16. adımlarını bulalım.

15. adımdaki sayı : $233 + 377 = 610$

16. adımdaki sayı : $377 + 610 = 987$ olur.

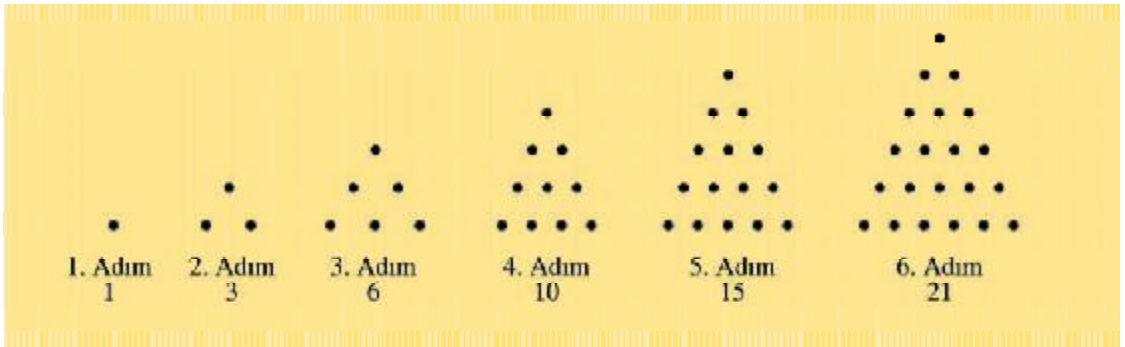
Karesel Sayılar

Karekökleri tamsayı olan doğal sayılar karesel sayılar olarak adlandırılır.

1, 4, 9, 16, 25, 36, ...

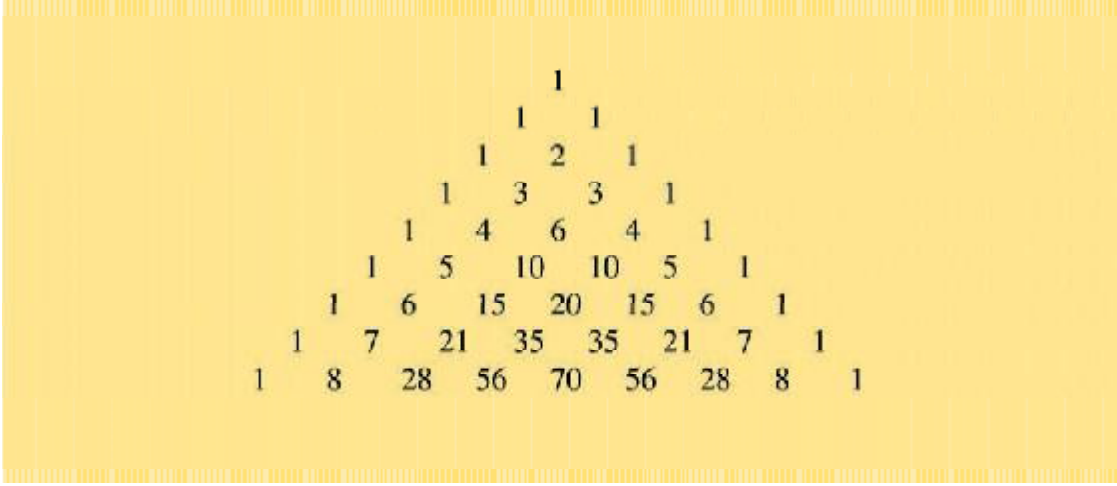
Üçgensel Sayılar

1'den n'ye kadar olan n doğal sayının toplamı biçiminde yazılabilen sayılara üçgensel sayı adı verilir.

ÖRNEK**Pascal Üçgeni**

Blaise Pascal M. S 13. yüzyılda yaşamış Fransız Matematikçidir. Blaise Pascal yukarıdaki sayı üçgeni ile ilgili önceki çalışmaları toplayıp farklı alanlardaki uygulamaları keşfetmiştir. Bu nedenle bu sayı üçgeni "Pascal Üçgeni" olarak bilinmektedir.

Pascal üçgenindeki sayılar kendi üstündeki sayıların toplanarak yazılmasıyla elde edilir. Arada her satırın başına ve sonuna 1 yazılır.



Pascal üçgeninin köşeleri üzerindeki sayılar toplanırsa Fibonacci sayıları elde edilir.

Aritmetik Diziler

Bir sayıya, belirlenen başka bir sayının art arda eklenmesi veya çıkarılması ile elde edilen sayıların oluşturduğu örüntü aritmetik dizi olarak adlandırılır. **Aritmetik dizide ardışık iki terimin farkı eklenen veya çıkarılan sayıdır ve bu sayıya dizinin ortak farkı denir.**



ÖRNEK

1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, ...
1.terim 2.terim 3.terim 4. terim 5.terim 6.terim 7.terim 8. terim

Yukarıdaki sayı örüntüsünde 1'e 3 sayısının ardışık bir şekilde eklenmesi ile elde edilen örüntü aritmetik bir dizidir.

İlk terim a_1 , n . terim (genel terim) a_n olarak alındığında dizinin kuralı $a_n = a_1 + (n-1)3$ olarak ifade edilir.

ÖRNEK

İlk terimi 23, ortak farkı 6 olan bir aritmetik dizinin 8. terimini bulalım

ÇÖZÜM

Yukarıda verilen aritmetik dizinin kuralı $a_n = a_1 + (n-1) \cdot 6$ 'dır.

$$a_8 = 23 + (8-1) \cdot 6$$

$$a_8 = 23 + 42$$

$$a_8 = 65 \text{ olur.}$$

Geometrik Diziler

Bir sayı ile belirlenen başka bir sayının art arda çarpılması veya bölünmesi sonucunda elde edilen sayıların oluşturduğu örüntü geometrik dizi olarak adlandırılır. Geometrik dizide ardışık iki terimin oranı, ardışık çarpılan veya bölünen sayıdır ve bu sayıya “dizinin ortak çarpanı” denir.

ÖRNEK

64	16	4	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$...
1.terim	2.terim	3.terim	4.terim	5.terim	6. terim	

64 sayısını, 4 sayısına ardışık bir şekilde bölerek veya $\frac{1}{4}$ sayısıyla çarparak elde edilen örüntü geometrik bir dizidir.

İlk terim a_1 , n . terim (genel terim) a_n olarak alındığında dizinin kuralı,

$$a_n = a_1 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} \text{ olarak ifade edilir.}$$

ÖRNEK

İlk terimi 729, ortak çarpanı $\frac{2}{3}$ olan bir geometrik dizinin 6. teriminin kaç olduğunu bulalım.

ÇÖZÜM

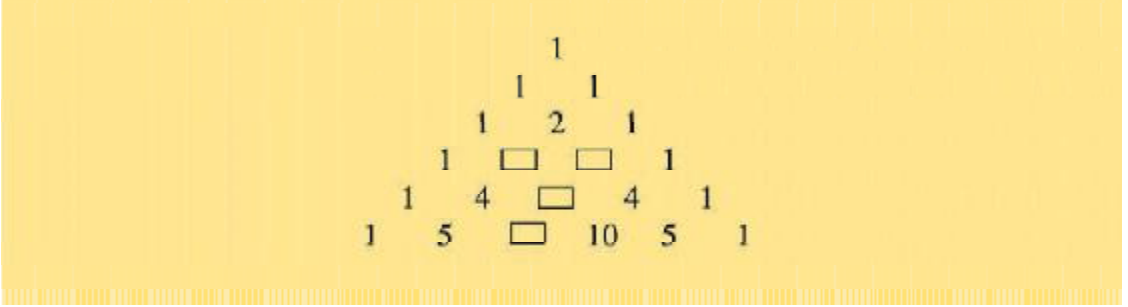
Yukarıda verilen geometrik dizinin kuralı $a_n = a_1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$ olarak ifade edilir.

Buna göre, bu geometrik dizinin 6. terimi,

$$\begin{aligned} a_6 &= 729 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{6-1} \\ a_6 &= 729 \cdot \frac{32}{243} \\ a_6 &= 96 \text{ olur.} \end{aligned}$$

ALİŞTIRMALAR

1. 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ..., ..., ..., ...
Yukarıdaki Fİbonacci dizisinde noktalı yere gelmesi gereken sayıları bulunuz.
- 2.

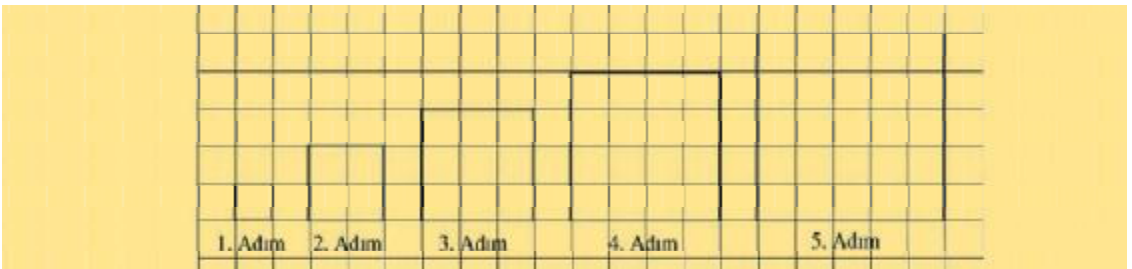


Yukarıdaki pascal üçgeninde boş bırakılan kutulara gelmesi gereken sayıları bulunuz.

3. Aşağıdaki sayı dizilerinin kurallarını bulunuz. Her dizide takip eden üç terimi yazınız.

- a) 1, 6, 11, 16, 21, 26, ...
- b) 1, 2, 4, 7, 11, 16, 22, 29, ...
- c) 49, 7, 1, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{49}$, ...
- d) 2, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$, ...

- 4.



Yukarıdaki örüntüde 6. adımı bulunuz. Her adıma karşılık gelen sayı örüntüsünü bulunuz. Örüntüyü oluşturan sayıların özelliği nedir?

5. İlk terimi 8, ortak farkı 10 olan bir aritmetik dizinin 5. terimini bulunuz.
6. İlk terim 4, ortak çarpanı $\frac{1}{2}$ olan geometrik dizinin 8. terimini bulunuz.

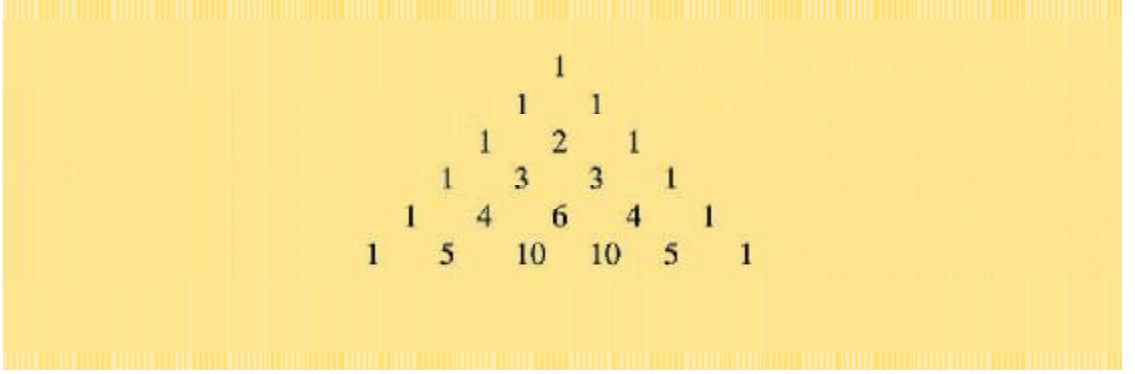


ÖZET

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... şeklinde devam eden sayı dizisine Fibonacci sayı dizisi denir.

Karekökleri tamsayı olan doğal sayılar karesel sayılar olarak adlandırılır.

1'den n'ye kadar olan n doğal sayının toplamı biçiminde yazılabilen sayılara üçgensel sayı adı verilir.



Yukarıdaki sayı üçgeni “Pascal Üçgeni” olarak bilinmektedir. Pascal üçgenindeki sayılar kendi üstündeki sayıların toplanarak yazılmasıyla elde edilir.

Bu arada her satırın başına ve sonuna 1 yazılır.

Pascal üçgeninin köşeleri üzerindeki sayılar toplanırsa Fibonacci sayıları elde edilir.

Bir sayıya belirlenen başka bir sayının art arda eklenmesi veya çıkarılması ile elde edilen sayıların oluşturduğu örüntü aritmetik dizi olarak adlandırılır. Aritmetik dizide ardışık iki terimin farkı, eklenen veya çıkarılan sayıdır ve sayıya dizinin ortak farkı denir.

Bir sayı ile belirlenen başka bir sayının art arda çarpılması veya bölünmesi sonucu elde edilen sayıların oluşturduğu örüntü geometrik dizi olarak adlandırılır. Geometrik dizide ardışık iki terimin oranı, ardışık çarpılan veya bölünen sayıdır ve bu sayıya “dizinin ortak çarpanı” denir.



TEST III-II

1. Aşağıdakilerden hangisi Fibonacci sayı dizisidir?

- A) 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...
- B) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...
- C) 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, ...
- D) 2, 4, 6, 10, 16, 26, 36, ...

2. 1, 4, 7, 10, 13, 16, ... sayı örüntüsü devam ettirildiğinde 7. ve 8. terimlerin toplamı kaç olur?

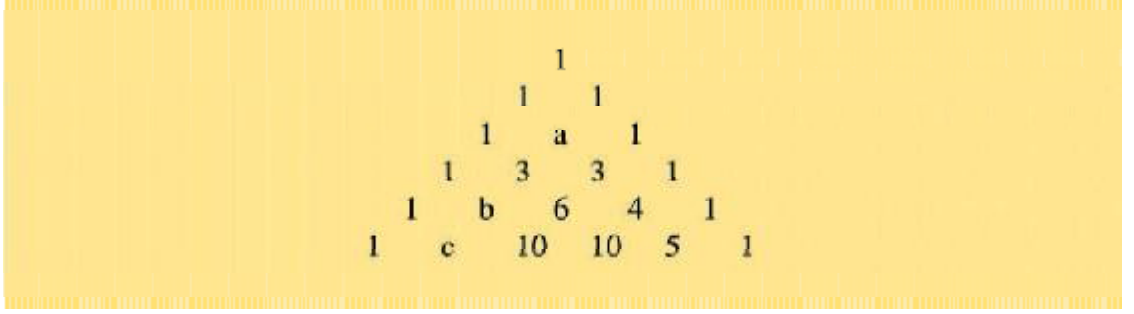
- A) 38
- B) 39
- C) 40
- D) 41

3. 1, ▲, 2, 3, 5, ★, 13, 21, ■, ●,

Yukarıda verilen Fibonacci sayı dizisine göre, ▲, ★, ■, ve ● yerine gelmesi gereken sayılar aşağıdakilerden hangisidir?

- | | ▲ | ★ | ■ | ● |
|----|---|----|----|----|
| A) | 1 | 10 | 28 | 38 |
| B) | 1 | 8 | 34 | 55 |
| C) | 2 | 8 | 27 | 33 |
| D) | 2 | 10 | 34 | 44 |

4.



Yukarıda verilen Pascal üçgeninde a, b ve c ye-rine gelmesi gereken sayılar aşağıda kilerden hangisidir?

- | | a | b | c |
|----|---|---|---|
| A) | 1 | 4 | 8 |
| B) | 1 | 2 | 3 |
| C) | 2 | 4 | 5 |
| D) | 3 | 4 | 6 |

5. Genel terimi $a_n = 8n - 3$ olan aritmetik dizinin 4. terimi kaçtır?

- A) 12
B) 29
C) 32
D) 37

6. 3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, ...

Yukarıda verilen aritmetik dizinin ortak farkı kaçtır?

- A) 3
B) 4
C) 7
D) 8

7. $25, 5, 1, \frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \frac{1}{125}, \dots$

Yukarıda verilen geometrik dizinin kuralı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $25 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$ B) 5^{n-1} C) $\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$ D) $5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$